

基于双极坐标法浅埋圆形隧道围岩非线性弹塑性分析

王岩¹, 邹金锋², 邹飞³

(1. 中铁十七局集团第一工程有限公司, 山西 太原, 030000;

2. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙, 410075;

3. 贵州省交通规划勘察设计研究院股份有限公司, 贵州 贵阳, 550081)

摘要: 考虑围岩的非线性特性, 采用双极坐标系研究弹塑性半无限空间内浅埋隧道围岩应力分布和塑性区域。在连续、均匀和各项同性的无限半空间下建立浅埋隧道开挖模型, 围岩求解问题可当作半无限平面问题, 并且将平面依据双极坐标曲线划分。在地表均布荷载和隧道径向支护力作用下, 基于广义 Hoek–Brown 强度准则推导出半无限空间内水平圆形隧道围岩的弹塑性应力解析解以及塑性半径、塑性区域范围和隧道临界支护力计算方法。最后, 通过数值计算, 分析地质强度指标、内部支护力、地表荷载和隧道埋深的变化对浅埋隧道围岩的塑性半径、塑性区域形状和应力分布的影响规律。通过与其他基于线性强度准则下的应力计算方法进行对比, 验证本文方法的有效性。之后的结果显示, 两种准则计算结果差距十分小。

关键词: 浅埋隧道; 无限半空间; 塑性区域; 应力分布; 广义 Hoek–Brown 屈服准则

中图分类号: TU41

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2017)11-3076-07

Nonlinear elasto-plastic analysis of surrounding rock for shallow buried circular tunnel based on bipolar coordinate method

WANG Yan¹, ZOU Jinfeng², ZOU Fei³

(1. China Railway 17 Bureau Group No.1 Engineering Co. Ltd., Taiyuan 030000, China;

2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China;

3. Guizhou Transportation Planning Survey and Design Institute Co. Ltd., Guiyang 550081, China)

Abstract: Considering the nonlinear characteristics of the rock mass, stress distribution and plastic region of surrounding rock around a shallow tunnel in semi-infinite space were studied by using bipolar coordinate system. The calculation model for shallow circular tunnel was established in the continuous, isotropous and homogeneous rock masses semi-infinite space. The solution for surrounding rocks was regarded as a semi-infinite plane problem, and the plane was partitioned along the curve trajectories of the bipolar coordinate. Under the action of uniform load on ground surface and radial support force of tunnel, the closed-form solution for stress distribution was deduced based on the generalized Hoek–Brown failure criterion. And the calculation approaches for plastic radius and the shape of plastic zone around a tunnel and the critical internal support pressure were obtained. By using numerical method, the influences of the geological strength index, internal support pressure, surface loading and buried depth of tunnel on plastic radius, plastic zone and stress distribution of surrounding rocks around shallow circular tunnel were discussed. The results show that the presented method is proved to be effective by being compared with the methods of linear failure criterion. The comparison results will be shown later that the differences between them are very close.

Key words: shallow circular tunnel; semi-infinite space; plastic zone; stress distribution; the generalized Hoek–Brown failure criterion

收稿日期: 2016-10-12; 修回日期: 2016-12-26

基金项目(Foundation item): 贵州省交通运输厅科技项目(2015122046) (Project(2015122046) supported by the Department of Transportation Science and Technology Project of Guizhou Province)

通信作者: 王岩, 工程师, 从事公路工程的建设、管理工作; E-mail: 125150205@qq.com

深入研究浅埋隧道围岩稳定性可以为降低城市地铁隧道和城市道路隧道等浅埋隧道施工所带来的安全隐患提供理论指导。目前, 关于无限空间内深埋隧道围岩问题的求解体系比较完善, 一些研究者进行了很多工作^[1-9], 并解决了大量工程实际问题, 但浅埋隧道研究大多基于有限元方法和弹性理论, 以弹塑性理论为基础的理论研究成果较缺乏^[6-10]。目前, 很多开挖隧道属于浅埋隧道如地铁隧道, 用深埋隧道的求解方法计算此类隧道会带来较大误差。尽管人们对于无限半空间的隧道围岩求解问题也进行了大量研究, 但是多数成果均局限于弹性解^[10-15], 例如, VERRUIJT^[11-12]假设地表为自由上边界, 建立了弹性半平面模型, 用复变函数法得到了圆形隧道发生均匀收缩时半无限空间内围岩解析解; JEFFERY^[14]引进双极坐标系统能够较方便地计算包含 2 个圆孔的无限平面问题和以直线为上边界及 1 个圆曲线为边界的半无限平面问题, 并假定围岩为弹性材料, 推导出应力势函数计算平面应力和平面应变。在 JEFFERY^[14]研究基础上, MINDLIN^[15]考虑隧道开挖时重力的影响, 在应力势函数推导过程中, 假设介质受初始应力场和重力场的作用, 计算了重力作用下半无限弹性空间中隧道围岩的应力。然而, 目前针对无限半空间弹塑性求解报道很少。虽然 MASSINAS 等^[16]基于 Mohr-Coulomb(M-C)屈服准则在双极坐标系下建立了弹塑性模型, 得出了半空间内刺入水平圆筒形隧道下围岩应力分布和塑性区域线性解析解, 但没有给出相应的应力和塑性区域计算方法。非线性屈服准则更能准确地描述岩土体性质^[17], 然而, 目前针对非线性强度准则下的无限半空间问题求解及相应的应力计算方法研究较少。为此, 本文作者对浅埋隧道开挖时围岩应力和位移的变化规律及塑性进行分析。

1 理论和方法

1.1 双极坐标系

假设应力函数为 χ , 不考虑重力作用时直角坐标系中应力分量满足

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \chi}{\partial x \partial y} \quad (1)$$

具有 2 个非同心的圆边界的问题, 包括半无限大板内有 1 个圆孔这一特殊情形, 通常须用下式所定义的双极坐标 α 和 β :

$$x + iy = ik \coth\left(\frac{\alpha + i\beta}{2}\right) \quad (2)$$

式中: k 为双极坐标系中原点到极点的距离; i 为虚数

单位, 即 $i^2 = -1$; $x = k \sin \beta / (\cosh \alpha - \cos \beta)$; $y = k \sinh \alpha / (\cosh \alpha - \cos \beta)$ 。

拉梅系数 h_1 和 h_2 满足

$$h_1^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha}\right)^2$$

$$h_2^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta}\right)^2 \quad (3)$$

经过计算得到

$$h_1 = h_2 = \frac{k}{\cosh \alpha - \cos \beta} \quad (4)$$

为了简化计算, 将 h_1, h_2 都计为 h 。

设 $O_1(0, -k)$ 和 $O_2(0, k)$ 为双极坐标系的极点; r_1 和 r_2 分别为平面坐标系中任意点 M 到极点 O_1 和 O_2 之间的距离; θ_1 和 θ_2 分别为半径 r_1 和 r_2 与 x 轴的夹角。并令 $x + i(y+k) = r_1 e^{i\theta_1}$ 和 $x + i(y-k) = r_2 e^{i\theta_2}$, 通过数学变换, 式(2)中的 α 和 β 可化为 $\alpha = \log(r_1/r_2)$ 和 $\beta = \theta_1 - \theta_2$ 。

在双极坐标系中(见图 1), α 是一系列以 O_1 和 O_2 为极点的同轴偏心圆曲线。曲线半径为 $kcsch \alpha$, 圆心位置为 $(0, k \coth \alpha)$ 。在 x 轴上, $\alpha = 0$; 当 α 为正数时, 曲线位于 x 轴下方; 反之, 当 α 为负数时, 曲线位于 x 轴上方。 $\alpha = \text{常数}(\alpha > 0)$ 时可代表此问题的边界条件。 β ($\beta = \text{常数}$) 是通过极点(O_1 和 O_2) 并且正交于圆曲线 α 的圆弧, 同时, β 为半径 r_1 和 r_2 之间的夹角。在 y 轴右边时 β 为负值, 在 y 轴左边时 β 为正值; 在 y 轴上, 除了在 $O_1 O_2$ 段 β 为 $\pm\pi$ 外, 其余点均为 0。在无穷远处, $\alpha = 0, \beta = 0$; 在极点 O_1 和 O_2 处, α 分别为 ∞ 和 $-\infty$ 。

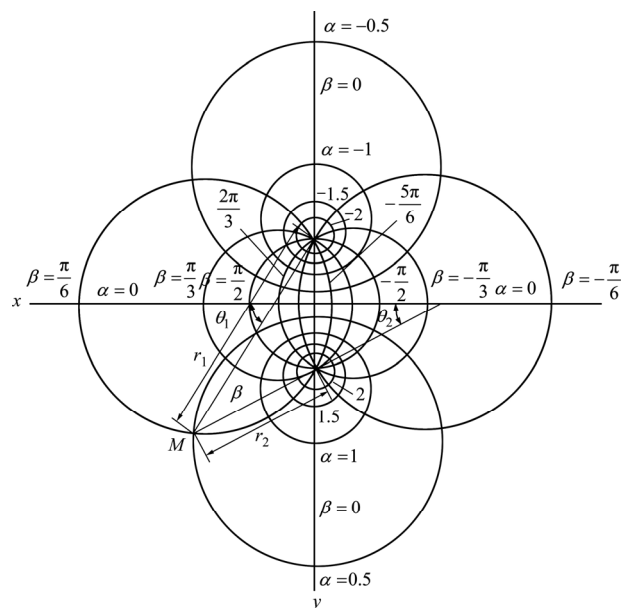
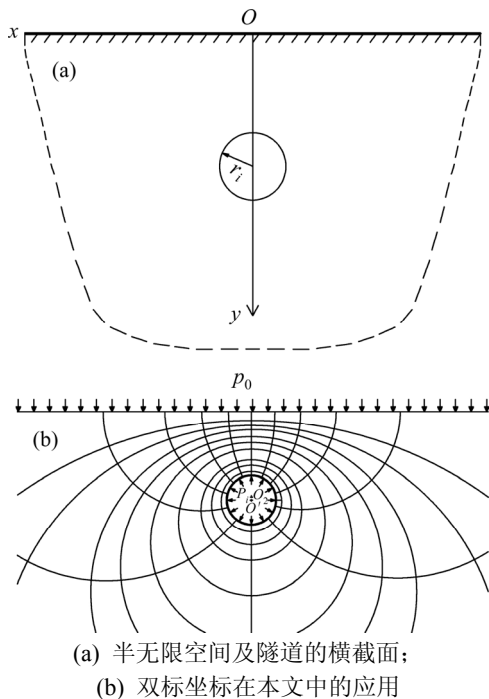


图 1 双极坐标系

Fig. 1 Bipolar coordinate

1.2 计算模型

隧道开挖之前,在地表存在均布压应力 p_0 ,忽略重力作用。隧道开挖之后,在隧道内壁施加 1 个径向支护力 p_i ,随着支护力递减并且低于临界值 p_{cr} ,圆形隧道周边围岩将形成 1 个塑性区。本文主要研究半无限空间内以地表($\alpha = 0$)和隧道内壁($\alpha = \alpha_i$)为边界的围岩弹塑性问题。隧道埋深为 d_i ($d_i = k \coth \alpha_i$),半径为 r_i ($r_i = k \operatorname{csch} \alpha_i$),双极坐标的极点距原点距离为 $k = \sqrt{d_i^2 - r_i^2}$ 。忽略重力作用,在双极坐标系中,半无限空间中浅埋圆形隧道弹塑性计算模型如图 2 所示。



(a) 半无限空间及隧道的横截面;
(b) 双标坐标在本文中的应用
图 2 无限半空间隧道计算模型

Fig. 2 Calculation models for tunnel in semi-finite space

1.3 应力求解原理

基于双极坐标系的半无限空间隧道围岩弹性区应力^[14]为

$$\begin{cases} k\sigma'_\alpha = \left[(\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - \sinh \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \sin \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \cosh \alpha \right] \left(\frac{\chi}{h} \right) \\ k\sigma'_\beta = \left[(\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \sinh \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \sin \beta \frac{\partial}{\partial \beta} + \cosh \beta \right] \left(\frac{\chi}{h} \right) \\ k\tau_{\alpha\beta} = -(\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \left(\frac{\chi}{h} \right) \end{cases} \quad (5)$$

基于双极坐标的半无限空间隧道围岩塑性区应力平衡方程可以表示为

$$\begin{cases} (\cosh \alpha - \cos \beta) \left(\frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{\partial \tau_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right) - (\sigma_\alpha \sinh \alpha + 2\tau_{\alpha\beta} \sin \beta - \sigma_\beta \sinh \alpha) = 0 \\ (\cosh \alpha - \cos \beta) \left(\frac{\partial \tau_{\alpha\beta}}{\partial \alpha} + \frac{\partial \sigma_\beta}{\partial \beta} \right) - (\sigma_\beta \sinh \beta + 2\tau_{\alpha\beta} \sin \alpha - \sigma_\alpha \sinh \beta) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

1.4 屈服准则

广义 H-B 屈服准则表达式如下^[16]:

$$\sigma_\beta - \sigma_\alpha = \sigma_c \left(m \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (7)$$

式中: σ_c 为岩体的无侧限抗压强度; σ_β 和 σ_α 分别为大、小主应力; m , s 和 a 均为岩体屈服前的 H-B 强度参数,

$$m = m_i \exp[(G_{SI} - 100)/(28 - 14D)]$$

$$s = \exp[(G_{SI} - 100)/(9 - 3D)]$$

$$a = 0.5 + (1/6)[\exp(-G_{SI}/15) - \exp(-20/3)]$$

式中: D 为扰动参数(取值范围为 0~1.0); m_i 为岩石量纲一的经验参数,反映岩石软硬程度(取值范围为 0.001~25.000); G_{SI} 为地质强度指标。

2 弹塑性求解

2.1 弹性区域

当地表存在均布压应力 p_0 时,围岩内部支护力从初始值逐渐减小到 p_i ($p_{cr} < p_i < p_0$),在圆形隧道围岩区造成弹性变形。弹性区域应力函数表达式为

$$\frac{\chi}{h} = B_0 \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) + (A_1 \cosh 2\alpha + B_1 + C_1 \sinh 2\alpha) \cos \beta \quad (8)$$

将式(8)代入式(5)即可计算得到 σ_α 和 σ_β 。代入边界条件 $\sigma'|_{\alpha=\alpha_i} = -p_i$, $\tau_{xy}|_{\alpha=\alpha_i} = 0$, $\sigma'|_{\alpha=0} = -p_0$, $\tau_{xy}|_{\alpha=0} = 0$, 经过代数计算得

$$\begin{cases} A_1 = -kM(p_i - p_0) \sinh \alpha_i, \\ B_0 = 2kM(p_i - p_0) \cosh \alpha_i, \\ C_1 = kM(p_i - p_0) \cosh \alpha_i \\ B_1 = kM[-p_0 \cosh \alpha_i \sinh 2\alpha_i + (p_i + p_0) \sinh \alpha_i], \\ M = (2 \sinh^3 \alpha_i)^{-1} \end{cases} \quad (9)$$

为便于计算与绘图, 假设压力为正应力, 即 $\sigma_\alpha = -\sigma'_\alpha$, $\sigma_\beta = -\sigma'_\beta$ 。弹性区应力表达式可表示为

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = -\frac{1}{k}[B_1 + A_1 \cosh(2\alpha) = \\ (2A_1 \sinh(2\alpha) + 2C_1 \cosh(2\alpha)) \sinh \alpha \cos \beta] \\ \sigma_\beta = -\frac{1}{k}\{(\cosh \alpha - \cos \beta)[B_0 \sinh \alpha + \\ 4(A_1 \cosh(2\alpha) + C_1 \sinh(2\alpha)) \cos \beta] + B_1 + \\ A_1 \cosh(2\alpha) + C_1 \sinh(2\alpha) - \\ 2 \sinh \alpha \cos \beta (A_1 \sinh(2\alpha) + C_1 \cosh(2\alpha))\} \end{cases} \quad (8)$$

2.2 塑性区域

当支护力递减至临界值 p_{cr} 时, 隧道壁围岩开始屈服; 随着支护力继续递减并且低于 p_{cr} , 屈服区域不断扩张, 最后圆形孔洞周边围岩形成 1 个塑性区域, 并且形成弹塑性界面。在屈服区和弹塑性界面, 应力服从广义 Hoek-Brown 屈服准则。

在临界条件下, $\alpha = \alpha_i$, 代入弹性区应力计算公式得到 σ_α 和 σ_β 。代入屈服方程, 得支护力临界值 p_{cr} 。临界值 p_{cr} 是关于 β 的隐函数 ($p_{cr}(\beta) = f(p_{cr}, \beta)$), 即 p_{cr} 随着 β 变化而变化。

当 $p_i < p_{cr}$ 时, 部分区域围岩发生屈服, 所形成的弹塑性界面处 a_c 和屈服临界值 p_c 均是关于变量 β 的隐函数, 即 $\alpha_c(\beta) = f(\alpha_c, \beta)$ 和 $p_c(\beta) = f(p_c, \beta)$, 且 α_c 和 p_c 与 r_i, d_i, p_0, p_i, m, s 及 a 有关。根据弹塑性界面处临界条件和屈服条件, 可求解弹塑性界面处 α_c 和 p_c 。具体求解过程如下。

在弹塑性界面, $\alpha = \alpha_c$, 有

$$\sigma_{aec} = \sigma_{apc} = p_c \quad (11)$$

式中: σ_{aec} 为弹塑性界面上弹性区的应力; σ_{apc} 为弹塑性界面上塑性区的应力。

$$\begin{aligned} \sigma_{aec} &= -\frac{1}{k}[B_1 + A_1 \cosh(2\alpha_c) - (2A_1 \sinh(2\alpha_c) + \\ & 2C_1 \cosh(2\alpha_c) - B_0) \sinh \alpha_c \cos \beta] \\ \sigma_{\beta ec} &= -\frac{1}{k}\{(\cosh \alpha_c - \cos \beta)[B_0 \sinh \alpha_c + \\ & 4(A_1 \cosh(2\alpha_c) + C_1 \sinh(2\alpha_c)) \cos \beta] + B_1 + \\ & A_1 \cosh(2\alpha_c) + C_1 \sinh(2\alpha_c) - \\ & 2 \sinh \alpha_c \cos \beta (A_1 \sinh(2\alpha_c) + C_1 \cosh(2\alpha_c))\} \\ \sigma_{\beta ec} - \sigma_{aec} &= -\frac{1}{k}\{C_1 \sinh(2\alpha_c) - B_0 \sinh \alpha_c \cos \beta + \\ & (\cosh \alpha_c - \cos \beta)[B_0 \sinh \alpha_c + \\ & 4(A_1 \cosh(2\alpha_c) + C_1 \sinh(2\alpha_c)) \cos \beta]\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\sigma_{\beta ec} - \sigma_{aec} = \sigma_c \left(m \frac{\sigma_{aec}}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (13)$$

联立式(11), (12)和(13), 解出弹塑性界面处 α_c 和 p_c 。然后可求出塑性区域半径 r_c ($r_c = kcsh\alpha_c$) 和塑性区域中心距原点距离 d_c ($d_c = kcoth\alpha_c$), 用 MATLAB 绘制塑性区域图形。

在双极坐标系中, 在半无限空间内任何位置, 应力分布必须满足一般平衡微分方程。运用塑性区应力平衡方程和广义 H-B 屈服准则方程联立求解塑性区域应力分布。由 KACHANOV 等^[20-21]的研究可知, 主应力的轨迹和塑性区域内双极坐标系统曲线 (α, β) 一致, 因此, 双极坐标系下塑性区内剪应力 $\tau_{\alpha\beta} = 0$, 则方程(6)可简化为

$$\begin{cases} (\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} - (\sigma_\alpha - \sigma_\beta) \sinh \alpha = 0 \\ (\cosh \alpha - \cos \beta) \frac{\partial \sigma_\beta}{\partial \beta} - (\sigma_\beta - \sigma_\alpha) \sinh \beta = 0 \end{cases} \quad (14)$$

结合式(7), 可得

$$-\frac{\partial \sigma_\alpha}{\partial \alpha} \left(\frac{\cosh \alpha - \cos \beta}{\sinh \alpha} \right) = \sigma_c \left(m \frac{\sigma_\alpha}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (15)$$

根据弹塑性界面应力 $\sigma_{aec} = \sigma_{apc} = p_c$, 得塑性区域内应力 σ_α 和 σ_β 的解析表达式:

$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \frac{\sigma_c}{m} [-m(1-a) \ln(\cosh \alpha - \cos \beta) + (s + \frac{mp_c}{\sigma_c})^{1-a} + \\ m(1-a) \ln(\cosh \alpha_c - \cos \beta)]^{\frac{1}{(1-a)}} - \frac{s\sigma_c}{m} \\ \sigma_\beta = \left\{ \frac{\sigma_c}{m} [-m(1-a) \ln(\cosh \alpha - \cos \beta) + (s + \frac{mp_c}{\sigma_c})^{1-a} + \right. \\ m(1-a) \ln(\cosh \alpha_c - \cos \beta)]^{\frac{1}{(1-a)}} + \\ \left. \sigma_c [-m(1-a) \ln(\cosh \alpha - \cos \beta) + (s + \frac{mp_c}{\sigma_c})^{1-a} + \right. \\ \left. m(1-a) \ln(\cosh \alpha_c - \cos \beta)]^{\frac{a}{(1-a)}} - \frac{s\sigma_c}{m} \right\} \end{cases} \quad (14)$$

2.3 计算方法

在双极坐标系中, 半无限平面由曲线 α 和曲线 β 形成交点组成。依据曲线轨迹划分, 划分越精细, 计算结果越准确。本文计算时, 假设半平面由 1 000 α_i 条 α 曲线和 1 000 条 β 曲线形成的交点组成。隧道内壁

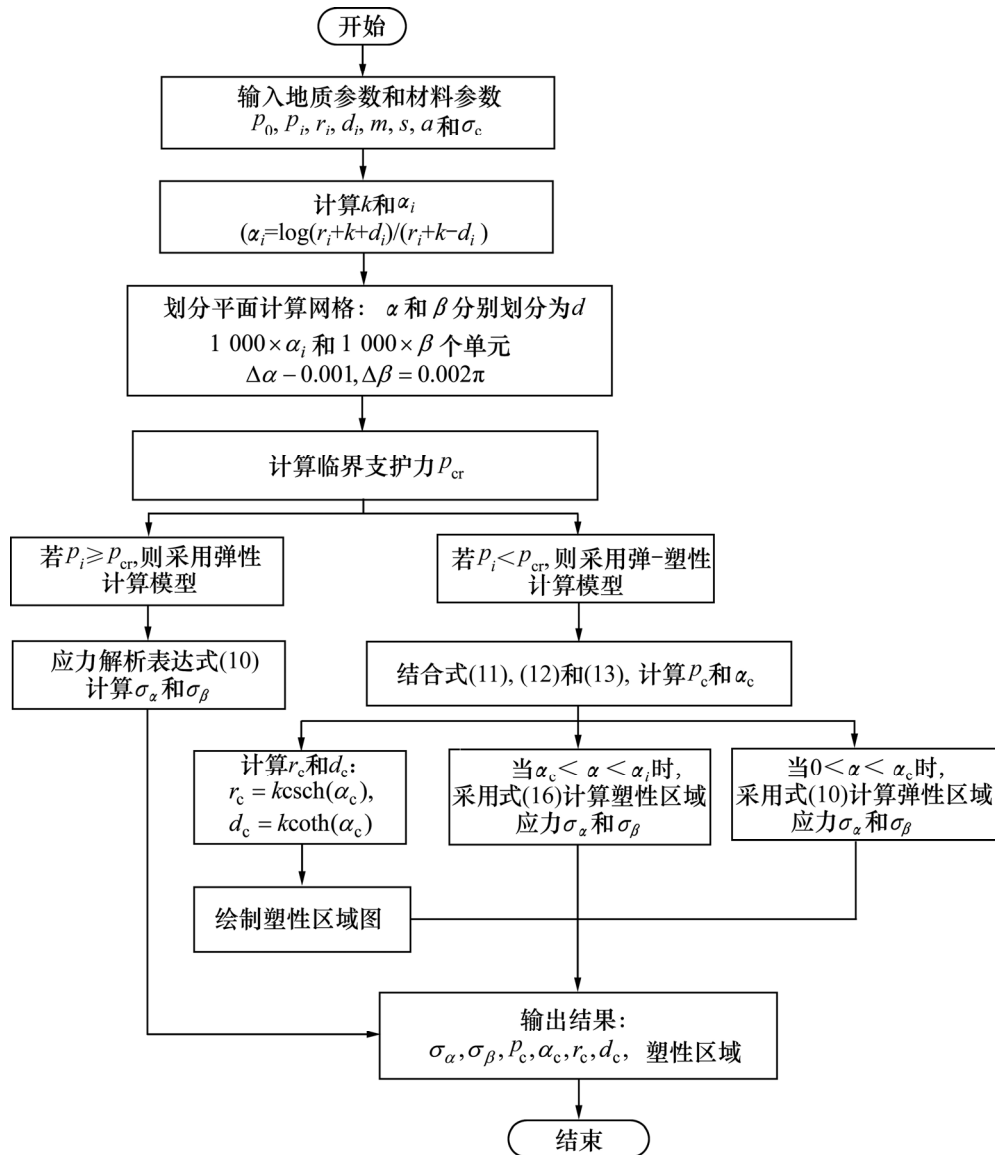


图 3 计算流程图

Fig. 3 Flow chart for sequence of calculations

所在的曲线为 α_i ，水平地表和无穷远处 $\alpha = 0$ ， α 曲线在 0 到 α_i 之间以增量 $\Delta\alpha = 0.001$ 划分为 $1\,000\alpha_i$ 份； β 曲线以角增量 $\Delta\beta = 0.002\pi$ 从 $-\pi$ 到 $+\pi$ 划分为 1 000 份。计算流程如图 3 所示。

3 验证与分析

为了验证所提出方法的有效性，用该方法与 MASSINAS 等^[16]提出的方法进行对比，并采用广义 H-B 和 M-C 强度准则参数之间的转换技术^[17]和 MASSINAS 等^[16, 18]数值分析时采用的参数，如表 1 所示。通过计算，分别得到基于广义 H-B 准则和 M-C

准则分别得到应力曲线、塑性半径 r_c 、径弹塑性界面 a_c 、限制塑性区域发展的临界值 p_c 和塑性区域，如图 5 所示。

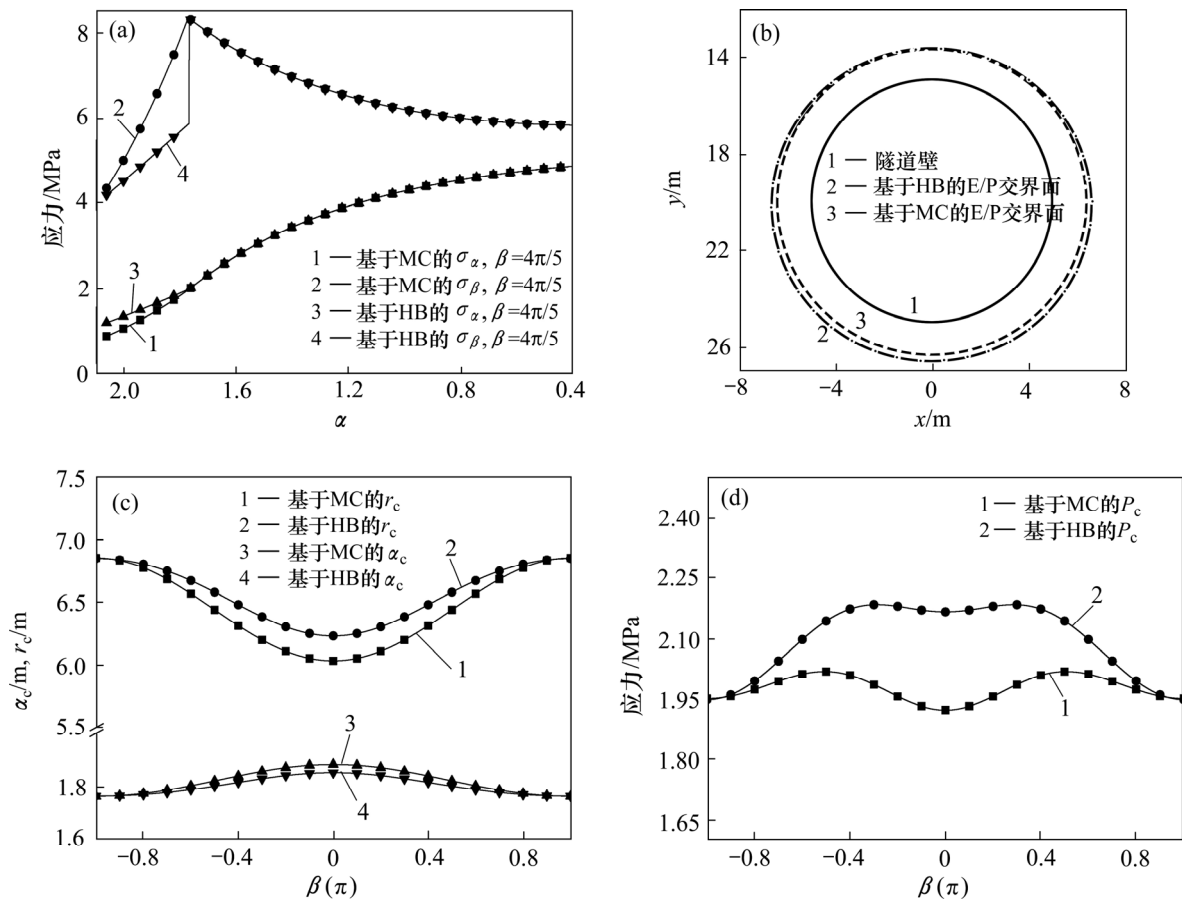
由图 4 可知：分别用 H-B 和 M-C 强度准则得到的应力分布、 r_c 、塑性区域、 a_c 和 p_c 均较接近。根据求解原理可知无限半空间内应力、塑性半径等以 y 轴对称，与 MASSINAS 等^[16]得出的结果一致。2 种方法计算得到的塑性区域范围都呈偏心圆状，并且不同的 β 对应的偏心圆半径 r_c 和圆心位置 d_c 均不一样。通过 H-B 强度准则得到的塑性半径和塑性区域范围比 M-C 得到的更大，但是两者塑性区域半径之差不超过 4.54%。

选取 $\beta = 4\pi/5$ ，对 2 种屈服准则下的应力曲线进

表 1 广义 H-B 强度准则和 M-C 强度准则的参数

Table 1 Parameters of generalized H-B and M-C failure criteria

p_0/kPa	p_l/kPa	r_l/m	d_l/m	c/kPa	$\varphi/(\text{°})$	m	s	a	σ_c/MPa
5 000	50	5	20	276	35	0.2	0.000 1	0.55	50



(a) 应力 $\beta = 4\pi/5$; (b) 塑性区域范围; (c) 弹塑性交界面处的 α_c 和 r_c ; (d) 弹塑性交界面处屈服应力临界值

图 4 基于广义 H-B 和 M-C 强度准则的数值解

Fig. 4 Numerical solutions of generalized H-B failure criterion and M-C

行对比。基于这 2 种方法分别计算得到的隧道围岩应力曲线吻合度较高。由于广义 H-B 强度准则具有非线性特性(M-C 强度准则为线性强度准则), 分别基于这 2 种强度准则的计算方法得到的结果存在一定误差, 但大多数点的相对误差在 5%以内。 r_c, d_c, α_c 和 p_c 的平均相对误差均小于 1.97%。

M-C 强度准则因为其强度参数容易获得, 所以, 在工程中被广泛应用。但是它有两个主要缺陷, 其中之一就是它为线性准则, 表示岩石强度和应力之间的线性函数关系。H-B 准则是非线性准则, 自从 H-B 准则被提出以来, 其准确性不断被大量的现场试验结果所证实。不仅如此, 它能够模拟最重要的几项岩体屈服参数, 如与非线性相关的应力等级、岩石强度、

种类以及岩体质量等。采用 H-B 准则能够在实际工程中更好地反映岩石应力的变化情况。

目前, 人们对于浅埋隧道开挖时围岩应力和位移的变化规律及塑性分析一直处于探索阶段。由于试验条件有限, 无法进行隧道施工的现场试验, 但本文仍为隧道施工中围岩提供了一种非线性弹塑性分析方法, 可以为降低城市地铁隧道和城市道路隧道等浅埋隧道施工所带来的安全隐患提供指导。无论采用哪种施工方法, 只要获得隧道围岩的相关 H-B 强度准则参数都可以分析隧道的稳定性。例如, 在相同地段, 回填浅埋隧道因为施工影响岩体破碎, 岩体的地质强度指标 G_{SI} 与原状浅埋隧道的不同, 对应的 H-B 参数也不同, 计算的塑性区域半径也不同。

4 结论

1) 在双极坐标系下, 基于非线性广义 Hoek-Brown 强度准则, 忽略重力作用推导出半空间内水平圆形隧道围岩的应力弹塑性解析表达式, 得到塑性半径及塑性区域和隧道临界支护力的数值求解方法。并给出详细求解方法和流程图。

2) 通过与 MASSINAS 等^[16]的研究对比, 验证了本文计算方法的有效性。

3) 总结了本文提出的方法对工程实际的指导意义。该方法能够快速估算浅埋隧道的塑性区和周围的应力分布。

参考文献:

- [1] LU Aizhong, ZENG Xiangtai, XU Zhen. Solution for a circular cavity in an elastic half plane under gravity and arbitrary lateral stress[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 2016, 89: 34-42.
- [2] NAOTOSHI Y, KAZUHIKO T, TOSHIHIRO A. Elastic solutions for circular tunnel with void behind lining[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2017, 70: 274-285.
- [3] ZOU Jinfeng, SU Yu. Theoretical solutions of a circular tunnel with the influence of the out-of-plane stress based on the generalized Hoek-Brown failure criterion[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2016, 16(3): 06015006.
- [4] MARTOS F. Concerning an approximate equation of the subsidence trough and its time factors[C]// *International Strate Contgrol Congress*. Leipzig, 1958: 191-205.
- [5] 邹金锋, 李帅帅, 张勇, 等. 考虑轴向力和渗透力时软化围岩隧道解析[J]. *力学学报*, 2014, 46(5): 747-755.
ZOU Jinfeng, LI Shuaishuai, ZHANG Yong, et al. Solution and analysis of circular tunnel for the strain-softening rock masses considering the axial in situ stress and seepage force[J]. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2014, 46(5): 747-755.
- [6] PAN Qiuqing, DIAS D. Face stability analysis for a shield-driven tunnel in anisotropic and nonhomogeneous soils by the kinematical approach[J]. *International Journal of Geomechanics ASCE*, 2016, 16(3): 04015076.
- [7] PAN Qiuqing, DIAS D. The effect of pore water pressure on tunnel face stability[J]. *International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics*, 2016, 40(15): 2123-2136.
- [8] ZOU Jinfeng, LI Shuaishuai. Theoretical solution for displacement and stress in strain-softening surrounding rock under hydraulic-mechanical coupling[J]. *Science China Technological Sciences*, 2015, 58(8): 1401-1413.
- [9] ZOU Jinfeng, SU Yu. Theoretical solutions of a circular tunnel with the influence of the out-of-plane stress based on the generalized Hoek-Brown failure criterion[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2016, 16(3): 06015006.
- [10] ZOU Jinfeng, HE Zheng. Numerical approach for strain-softening rock with axial stress[J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, 2016, 169(3): 276-290.
- [11] VERRUIJT A. A complex variable solution for a deforming circular tunnel in an elastic half-plane[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1997, 21(2): 77-89.
- [12] VERRUIJT A. Deformations of an elastic half plane with a circular cavity[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 1998, 35(21): 2795-2804.
- [13] FANG Qian, SONG Haoran, ZHANG Dingli. Complex variable analysis for stress distribution of an underwater tunnel in an elastic half plane[J]. *International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics*, 2015, 39(16): 1821-1835.
- [14] JEFFERY G B. Plane stress and plane strain in bipolar co-ordinates[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 1921: 265-293.
- [15] MINDLIN R D. Stress distribution around a tunnel[J]. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1940, 195(1): 1117-1140.
- [16] MASSINAS S A, SAKELLARIOU M G. Closed-form solution for plastic zone formation around a circular tunnel in half-space obeying Mohr-Coulomb criterion[J]. *Géotechnique*, 2009, 59(8): 691-701.
- [17] HOEK E, CARRANZA-TORRES C, CORKUM B. Hoek-Brown failure criterion-2002 edition[C]// *Proceedings of the North American Rock Mechanics Society Meeting*. Toronto, 2002: 267-273.
- [18] WANG Shunlin, YIN Xiaotao, TANG Hua, et al. A new approach for analyzing circular tunnel in strain-softening rock masses[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2010, 47(1): 170-178.
- [19] MALVERN L E. *Intgroduction to the mechanics of a continuous medium*[M]. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1969.
- [20] KACHANOV L M. *Foundations of the theory of Plasticity*[M]. London: North-Holland Publication Company-Amsterdam, 1971.
- [21] HILL R. *The mathematical theory of plasticity*[M]. New York: Oxford University Press Inc., 1950.
- [22] PAN Qiuqing, DIAS D. Probabilistic stability analysis of a three dimensional rock slope characterized by the Hoek-Brown failure criterion[J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 2017, 31(5): 1.

(编辑 陈灿华)