

# 基于半长轴补偿的广播历书参数改进计算方法

靖守让, 吴鹏, 刘文祥, 孙广富

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙, 410073)

**摘要:** 基于全球定位系统(global positioning system, GPS)历书参数忽略了卫星轨道近地点角的变化, 无法准确描述中圆地球轨道(medium earth orbit, MEO)卫星轨道的长期变化规律, 直接使用历书参数进行最小二乘拟合的传统方法无法取得较高精度等问题, 针对非历书长期改正项对位置计算的影响进行分析, 提出一种基于半长轴补偿的广播历书改进计算方法。对拟合历书增加角速度变化量, 并利用其对半长轴平方根进行补偿从而获得广播历书参数。研究表明: 通过此方法拟合 6 d 卫星轨道数据, 位置误差为数千米, 用户测距误差(user range error,  $E_{UR}$ )小于 900 m, 比传统直接历书拟合方法精度提高 1 倍以上; 改进法获得的历书外推 8 d 的用户测距误差小于 3 km, 采用传统方法获得的历书用户测距误差达 8 km。

**关键词:** MEO 卫星; 扩展历书参数集; 半长轴补偿; 历书拟合; 用户测距误差

中图分类号: TN967.1

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2015)07-2504-06

## Fitting method of improved almanac parameters with semi-major axis compensation

JING Shourang, WU Peng, LIU Wenxiang, SUN Guangfu

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Considering that the medium earth orbit (MEO) satellite orbit is ineffectively described by the global positioning system (GPS) almanac without considering the change of the argument of perigee, the traditional algorithm using almanac parameters can't directly obtain good effect via the least squares curve fit, an almanac calculation method based on semi-major axis compensation was proposed by analyzing the effect of elements for calculating satellite position, which was neglected by almanac parameters. An extended fitting almanac considering mean motion difference was provided. The broadcast almanac parameters were acquired by compensating the effect of mean motion difference on semi-major axis. The simulation results show that the satellite position error of almanac generated by the method is just several kilometers in 6 d, and the user range error is less than 900 m, whose precision doubles than that of the method fitted using almanac parameters.  $E_{UR}$  of almanac generated by the proposed method is less than 3 km in 8 d extrapolation, while that of the traditional method is more than 8 km.

**Key words:** medium earth orbit (MEO); extended almanac parameters set; semi-major axis compensation; almanac fitting; user range error (URE)

星历和历书参数是导航电文的重要组成部分, 使用星历参数能够计算卫星精密的位置和速度, 而历书

参数只能提供卫星的粗略位置和速度。前者主要用于导航定位, 后者则可用于卫星可见性预报、信号传播

收稿日期: 2014-07-11; 修回日期: 2014-09-22

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金资助项目(61403413) (Project(61403413) supported by the National Natural Science Foundation of China)

通信作者: 靖守让, 博士研究生, 从事卫星导航信息处理算法研究; E-mail: hanchongjsr@163.com

时延估计、多普勒频率偏移估计和星座性能估计等<sup>[1]</sup>。导航卫星的历书参数包括精度较低的钟差参数和星历参数<sup>[2]</sup>。本文所讨论的历书参数仅指用于计算卫星位置的低精度星历参数, 为了叙述方便, 直接将历书中的低精度星历参数称为历书参数。GPS 接口控制文件(interface control document, ICD)<sup>[3]</sup>仅指出星历参数是通过最小二乘拟合的方法获得, 而对历书参数的获取方法尚未报道。近年来, 国内学者对星历参数拟合进行了研究<sup>[4-9]</sup>, 但对于历书参数计算的研究较少。崔先强等<sup>[10]</sup>指出历书参数计算的 2 种方法: 一种是直接利用历书参数表达式拟合卫星历书参数, 简称直接历书拟合法; 另一种是利用星历参数表达式计算卫星星历参数, 然后取出相应的历书参数, 简称基于星历拟合的历书生成法, 同时将 Givens 变换应用于拟合过程以提高稳定性。莫中秋等<sup>[11]</sup>提出“两步法”的改进算法, 通过提高拟合初值精度的方式提高拟合成功率和拟合精度, 并指出历书拟合结果不应该选取最终收敛时的历书参数, 而应选择在中迭代过程中出现最小拟合误差时的历书参数。与 GPS 接口控制文件给出的卫星在正常运行下历书参数的用户距离误差 (user range error,  $E_{UR}$ )900 m 相比, 文献<sup>[10-11]</sup>提出的方法并未获取更好的拟合结果(文中用距离误差均为  $1\sigma$ , 约为 67%)。陈刘成等<sup>[12]</sup>给出了几种改进的历书拟合算法, 同时也得到了较好的拟合结果, 但几种改进算法重新设计了历书参数集并相应修改了历书算法, 拟合得到的历书参数无法直接应用于导航电文生成。本文通过分析历书参数忽略的长周期改正项对位置计算的影响, 提出包括广播历书参数和角速度变化量的扩展拟合历书参数的概念, 并给出扩展历书参数到广播历书的转换方法。最后将得到的历书参数与传统直接历书拟合得到的历书参数以及 GPS 公布的广播历书参数精度进行比较, 以检验此方法获得历书的性能。

## 1 直接历书拟合方法

### 1.1 GPS 历书组成

表 1 所示为 GPS 广播星历参数符号及其含义, 其中有上标“\*”的参量为历书参数项(参考时刻的轨道倾角  $i_0$  可以看作是历书项参考时刻的轨道倾角改正量  $\delta_i$  的等价项)。GPS 星历参数可以分为参考时刻的轨道根数( $\sqrt{A}$ ,  $e$ ,  $i_0$ ,  $\Omega_0$ ,  $\omega$ ,  $M_0$ )、长周期项改正参数( $\Delta n$ ,  $i_{dot}$ ,  $\dot{\Omega}$ )、短周期改正项振幅( $C_{rs}$ ,  $C_{re}$ ,  $C_{us}$ ,  $C_{uc}$ ,  $C_{is}$ ,  $C_{ic}$ )

3 种不同类型的项<sup>[13]</sup>, 而历书参数仅包含近似平根数项以及长周期改正参数中的升交点赤经变化率  $\dot{\Omega}$  项。

表 1 GPS 星历参数

Table 1 GPS ephemeris parameters

参数	定义
$M_0^*/\text{rad}$	参考时刻平近点角
$\Delta n/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	角速度变化量
$e^*$	偏心率
$\sqrt{A}^*/\text{m}^{1/2}$	长半轴的平方根
$\Omega_0^*/\text{rad}$	周历元起始时刻轨道平面的升交点经度
$i_0^*/\text{rad}$	参考时刻的轨道倾角
$\omega^*/\text{rad}$	近地点幅角
$\dot{\Omega}^*/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	升交点赤经变化率
$i_{dot}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	轨道倾角变化率
$C_{uc}/\text{rad}$	升交点角距的余弦调和改正项振幅
$C_{us}/\text{rad}$	升交点角距的正弦调和改正项振幅
$C_{re}/\text{m}$	轨道半径的余弦调和改正项振幅
$C_{rs}/\text{m}$	轨道半径的正弦调和改正项振幅
$C_{ic}/\text{rad}$	轨道倾角的余弦调和改正项振幅
$C_{is}/\text{rad}$	轨道倾角正弦调和改正项振幅
$t_{oc}/\text{s}$	参考时刻

### 1.2 直接历书拟合精度

GPS 接口控制文件给出了不同运行状态时历书参数的用户测距误差( $E_{UR}$ ), 如表 2 所示。

表 2 GPS 历书  $E_{UR}$  指标

Table 2 Indication of  $E_{UR}$  provided by almanac

运行间隔	历书 $E_{UR}/\text{m}$
正常	900
短期扩展	900~3 600
长期扩展	3 600~300 000

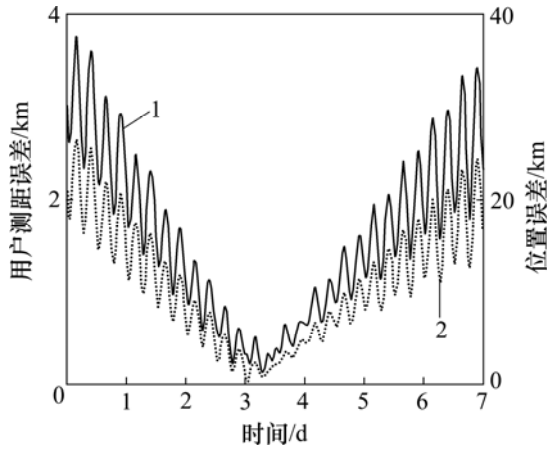
统计精度时, 在不考虑卫星钟差误差的情况下, MEO 卫星轨道  $E_{UR}$  计算公式为

$$E_{UR} = \sqrt{(0.980R)^2 + (0.141A)^2 + (0.141C)^2} \quad (1)$$

其中:  $R$  为径向轨道误差;  $A$  为轨道延迹误差;  $C$  为轨道法向误差。

使用直接历书拟合方法得到 GPS 卫星 1 历书精度如图 1 所示。拟合卫星轨道使用 IGS(international

GNSS service)发布的 2011-12-25—12-31 的精密轨道数据。



1—用户测距误差; 2—位置误差

图 1 直接历书拟合精度

Fig. 1 Precision of directly almanac fitting

从图 1 可以看出: 使用直接历书拟合位置误差达数万米,  $E_{UR}$  达数千米。

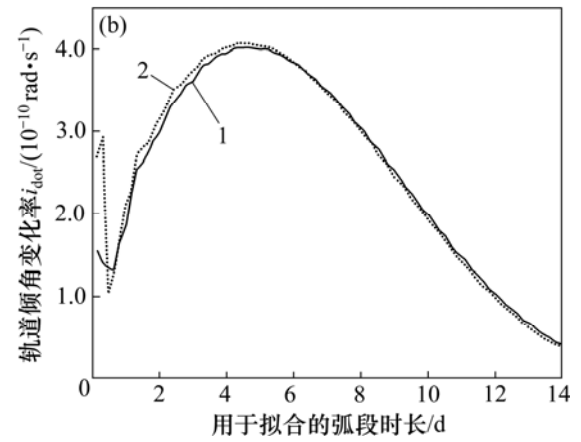
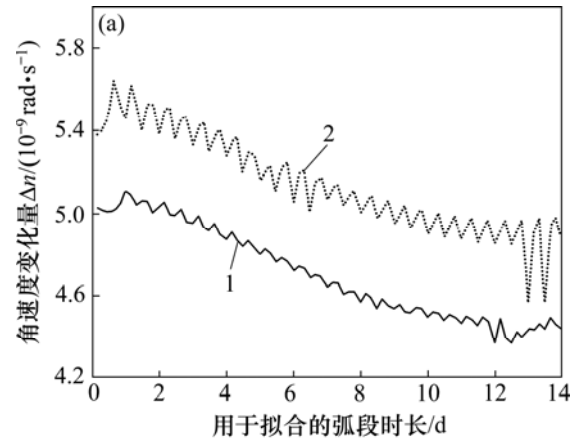
## 2 基于半长轴补偿的改进方法

与星历参数相比, 历书参数忽略了角速度变化量  $\Delta n$ 、轨道倾角变化率  $i_{\dot{\text{dot}}}$  和短周期改正项。对于使用长弧段卫星轨道的历书拟合而言, 短周期改正项影响可以忽略, 因此, 主要分析  $\Delta n$  和  $i_{\dot{\text{dot}}}$  对位置计算的影响。

### 2.1 非历书长周期项影响

$\Delta n$  在拟合过程中吸收了  $M_0$  和  $\omega$  的长期项和长周期项, 主要是二阶带谐项引起的  $\omega$  的长期漂移, 也包括了日、月引力摄动力和太阳光压摄动力, 从物理规律上角速度变化量  $\Delta n$  应该是常值或长期变化值。轨道倾角在几个主要摄动力作用下无长期项, 轨道倾角变化率  $i_{\dot{\text{dot}}}$  仅吸收了轨道倾角的长周期项<sup>[14]</sup>。通过逐步增加拟合步长的方法发现拟合得到的星历参数  $\Delta n$  为  $10^{-9}$  数量级, 拟合得到  $i_{\dot{\text{dot}}}$  比  $\Delta n$  小 1 个数量级。不同拟合弧段  $\Delta n$  和  $i_{\dot{\text{dot}}}$  拟合结果见图 2。

$$\frac{\partial r_k}{\partial(\Delta n)} = t_k \frac{A e \sin E_k}{1 - e \cos E_k} \begin{bmatrix} \cos u_k \cos \Omega_k - \sin u_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ \cos u_k \sin \Omega_k + \sin u_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ \sin u_k \sin i_k \end{bmatrix} +$$



(a)  $\Delta n$  拟合结果; (b)  $i_{\dot{\text{dot}}}$  拟合结果

1—卫星 1; 2—卫星 2

图 2 不同拟合弧段  $\Delta n$  和  $i_{\dot{\text{dot}}}$  拟合结果

Fig. 2 Fitting result of  $\Delta n$  and  $i_{\dot{\text{dot}}}$  by different curve fit interval

$$t_k \frac{r_k \sqrt{1 - e^2}}{(1 - e \cos E_k)^2} \begin{bmatrix} -\sin u_k \cos \Omega_k - \cos u_k \cos i_k \sin \Omega_k \\ -\sin u_k \sin \Omega_k + \cos u_k \cos i_k \cos \Omega_k \\ \cos u_k \sin i_k \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{\partial r_k}{\partial(i_{\dot{\text{dot}}})} = t_k r_k \sin u_k \begin{bmatrix} \sin i_k \sin \Omega_k \\ -\sin i_k \cos \Omega_k \\ \cos i_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

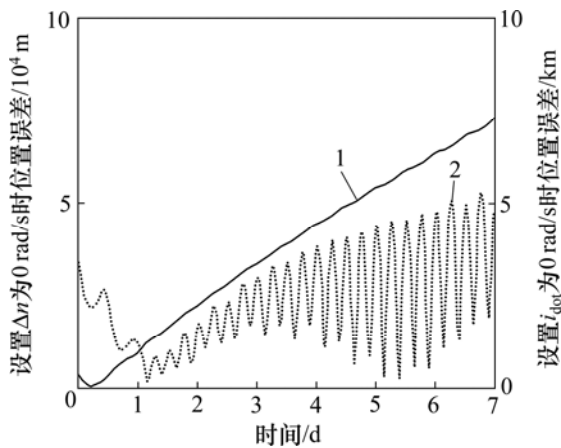
式(2)和(3)所示为卫星位置对  $\Delta n$  和  $i_{\dot{\text{dot}}}$  的偏导数。

其中:  $A$  为长半轴长度;  $t_k$  为计算时刻与参考时刻之差;  $E_k$  为偏近点角;  $r_k$  为修正的半径;  $u_k$  为修正的升交角距;  $i_k$  为修正的轨道倾角;  $\Omega_k$  为修正的升交点经度。

由于偏心率  $e$  是 1 个较小量, 其影响可忽略不计, 因此,  $\Delta n$  对卫星位置的影响主要体现在式(2)的第 2 项上。对导航卫星而言,  $r_k$  为  $10^7$  数量级, 使用轨道

数据进行拟合通常  $\Delta n$  在  $10^{-9}$  数量级; 对历书参数而言,  $t_k$  可能达到  $10^5$  数量级, 因此,  $\Delta n$  项对卫星位置影响可达数千米; 对轨道倾角变化率  $i_{\dot{}}$  项, 拟合结果一般在  $10^{-10}$  数量级, 其对卫星位置的影响要比  $\Delta n$  小 1 个数量级, 其对卫星位置计算影响仅数千米。

为了验证上述定性分析的正确性, 通过将拟合得到的星历参数中元素置零的方法验证其对卫星位置计算的影响, 验证结果如图 3 所示。



1—设置  $\Delta n$  为 0 rad/s; 2—设置  $i_{\dot{}}$  为 0 rad/s

图 3  $\Delta n$  和  $i_{\dot{}}$  对卫星位置计算影响

Fig.3 Effect of  $\Delta n$  and  $i_{\dot{}}$  on calculating position of satellite

经对比发现: 将  $\Delta n$  置零后, 对使用星历参数计算卫星位置影响达到数千米, 而  $i_{\dot{}}$  影响比  $\Delta n$  影响小 1 个数量级。

### 2.2 半长轴补偿方法及补偿带来的精度降低

为了得到较好的历书拟合结果, 需要考虑近地点角和平近点角的长期变化, 即在拟合过程中考虑角速度变化量  $\Delta n$ 。本文提出一种基于半长轴补偿的广播历书计算方法, 即使用一套包括广播历书和角速度变化量的扩展历书参数  $(\sqrt{A}, e, i_0, \Omega_0, \omega, M_0, \dot{\Omega}, \Delta n)$  进行最小二乘拟合, 然后根据  $\Delta n$  与  $\sqrt{A}$  的关系将扩展历书参数转换为广播历书参数。该方法简称为改进方法。

利用使用星历用户算法计算卫星位置时,  $\Delta n$  项仅用于计算校正平均角速度, 满足

$$n = n_0 + \Delta n = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}} + \Delta n \quad (4)$$

其中:  $\mu$  为地球引力常量。因此, 可以通过式(5)将  $\Delta n$  项的影响近似归算到长半轴平方根  $\sqrt{A}$  项中, 计算得到新的长半轴平方根  $\sqrt{A_{\text{new}}}$ 。

$$\sqrt{A_{\text{new}}} = \sqrt[6]{\mu / (\sqrt{\mu / (\sqrt{A})^6} + \Delta n)^2} \quad (5)$$

进一步分析使用式(5)进行半长轴补偿对卫星位置计算的影响。由长半轴与平均角速度的关系, 可以推导出长半轴对平均角速度的导数为  $\frac{dA}{dn_0} =$

$$-\frac{2}{3} \mu^{1/3} n_0^{-5/3}$$

, 而对于 GPS 等导航系统中的 MEO 卫星, 平均角速度约为地球自转速度的 2 倍, 长半轴对平均角速度的导数约为  $-1.2 \times 10^{11}$ , 而典型的  $\Delta n$  为  $10^{-9}$  数量级, 此将  $\Delta n$  对长半轴  $A$  的补偿值仅为 100 m 数量级。结合计算卫星位置用户算法可知, 在后续计算中半长轴也仅在计算改正后的轨道半径时使用。因此, 补偿操作对卫星位置计算的影响也在 100 m 数量级, 远低于忽略角速度变化量对卫星位置计算的影响。

### 3 算例分析及性能验证

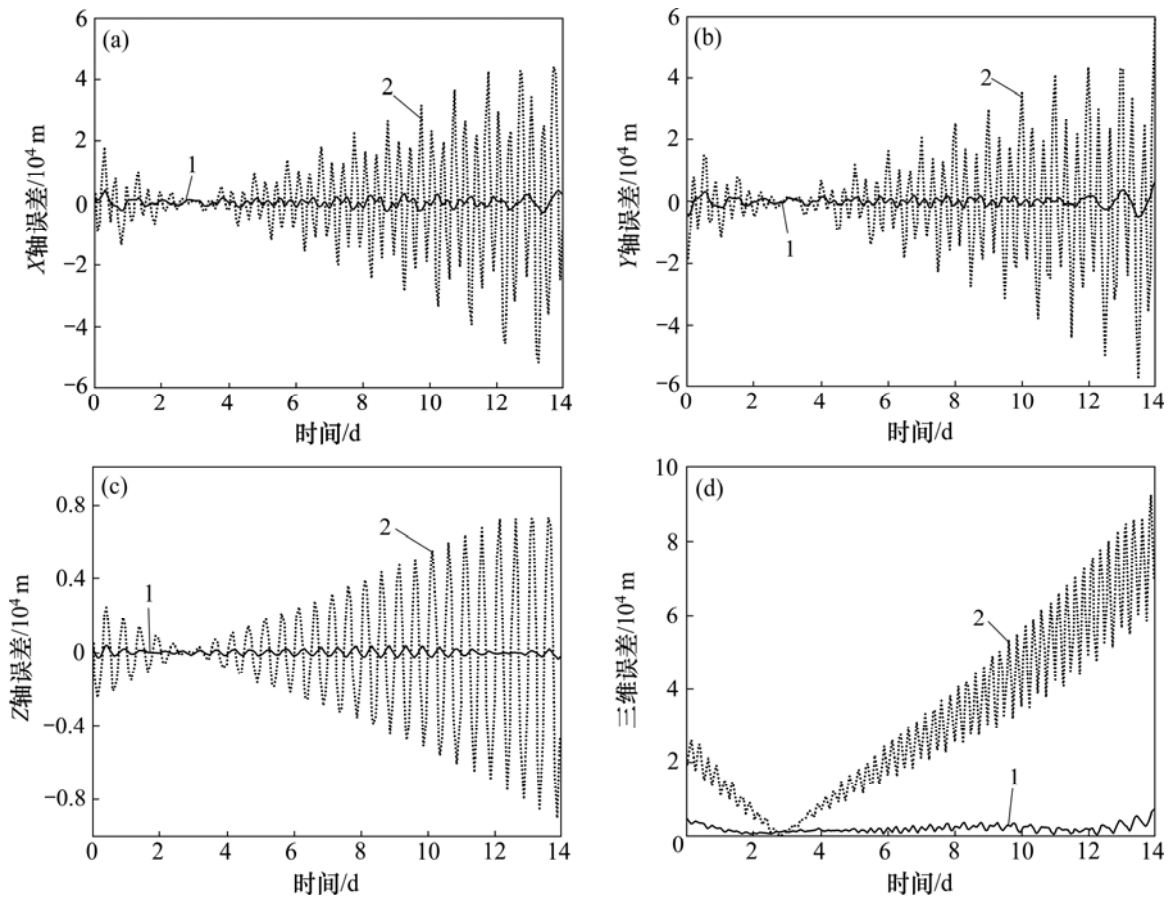
仿真验证数据使用 IGS 发布的 2011-12-25—2012-01-07 共 14 d 的精密星历数据以及 celestrak 网站发布的参考时刻为 644 周, 周内时间为 233 472 s 的 GPS 系统 Yuma 格式历书数据。

GPS ICD 指出历书参数由控制站至少每 6 d 更新 1 次, 并指出 Block II 和 Block IIA 卫星使用 3 组历书保证 60 d 跨度使用, 且 3 组历书均基于 6 d 轨道数据拟合; Block IIR/IIR-M, Block IIF 和 Block III 卫星使用 5 组历书, 前 3 组基于 6 d 数据拟合, 另外 2 组基于 32 d 数据拟合计算。因此, 本文仿真将前 6 d 精密星历作为拟合弧段计算参考周内秒为 259 200 s 的历书, 其余 8 d 数据作为历书外推精度的参考标准。由于具体拟合弧段未知, 对 GPS 历书而言, 拟合弧段和外推弧段仅指示精密星历对应时间段。

图 4 所示为使用传统直接历书拟合法和改进法获得 GPS 卫星 1 历书参数在拟合弧段和外推弧段的位置精度。拟合弧段和外推弧段直接拟合法得到历书、改进法得到历书以及 GPS 历书的  $E_{UR}$  如表 3 所示。

从图 4 和表 3 可以看出:

- 1) 在拟合弧段使用改进法得到历书精度明显高于直接拟合法得到的历书精度, 精度提高 1 倍以上。
- 2) 改进法在拟合弧段内位置误差均在数千米以内,  $E_{UR}$  小于 900 m, 与 GPS 历书精度相当。
- 3) 在外推弧段, 直接历书拟合得到的历书参数发散较快, 而改进法获得历书发散较小。
- 4) 改进法获得的历书外推 8 d,  $E_{UR}$  统计结果小于 3 km, 与 GPS 历书精度相当。



误差比较: (a) X轴; (b) Y轴; (c) Z轴; (d) 三维

1—本文方法; 2—直接历书拟合法

图 4 2 种方法的位置误差比较

Fig. 4 Comparison of position error of two methods

表 3 3 种历书  $E_{UR}$  精度统计结果

Table 3 Statistical results of precision of three almanacs  $E_{UR}$

卫星号	直接拟合法得到的历书		GPS 历书		改进法得到的历书	
	拟合弧段	外推弧段	拟合弧段	外推弧段	拟合弧段	外推弧段
1	2 157.8	8 149.8	720.3	985.7	714.1	931.0
2	2 321.6	8 571.5	801.5	1 738.7	829.3	1 595.0
3	2 143.9	10 493.0	678.9	2 261.3	711.2	2 281.9
4	2 360.0	8 577.2	733.6	1 417.4	755.6	1 071.7

## 4 结论

1) 在进行历书拟合中必须考虑近地点角和平近点角的长期变化即角速度变化量。

2) 基于半长轴补偿的广播历书计算方法在位置

精度和外推性能上明显优于传统直接历书拟合法。拟合 6 d GPS 轨道得到的历书参数与 GPS 发布历书参数精度相当, 平均位置误差为 1 km 数量级,  $E_{UR}$  满足 GPS 正常运行状态指标要求, 并且使用改进法获得的历书参数具有良好的外推性能。在 GPS 历书生成方法未公开的情况下, 此方法可以作为一种替代方法生成广播历书, 为信号源或新组建导航系统的广播历书参

数生成提供参考。

### 参考文献:

- [1] 王梦丽, 陈华明, 王飞雪. GPS 历书数据的有效龄期[J]. 遥测遥控, 2007, 28(3): 31-35.  
WANG Mengli, CHEN Huaming, WANG Feixue. Effective age of GPS almanac data[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2007, 28(3): 31-35.
- [2] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: Principles and applications[M]. 2nd ed. Norwood, MA: Artech House, 2006: 67-69.
- [3] Revision H. Navstar GPS space segment/navigation user segment interfaces, global positioning systems directorate systems engineering & integration[EB/OL]. [2013-09-24]. <http://www.gps.gov/technical/icwg>.
- [4] 谢小刚, 曾大治, 龙腾, 等. 北斗 GEO 卫星广播星历的直接拟合算法研究[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2014, 42(3): 14-18.  
XIE Xiaogang, ZENG Dazhi, LONG Teng, et al. Research on broadcast ephemeris direct fitting algorithm of BeiDou GEO satellite[J]. Journal of Huazhong University of Science & Technology (Natural Science Edition), 2014, 42(3): 14-18.
- [5] 黄勇, 胡小工, 王小亚, 等. 中高轨卫星广播星历精度分析[J]. 天文学进展, 2006, 24(1): 81-88.  
HUANG Yong, HU Xiaogong, WANG Xiaoya, et al. Precision analysis of broadcast ephemeris for medium and high orbit satellites[J]. Progress in Astronomy, 2006, 24(1): 81-88.
- [6] 刘光明, 廖瑛, 文援兰, 等. 导航卫星广播星历参数拟合算法研究[J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(3): 100-104.  
LIU Guangming, LIAO Ying, WEN Yuanlan, et al. Research on the fitting algorithm of broadcast ephemeris parameters[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2008, 30(3): 100-104.
- [7] 陈刘成, 李静, 马瑞, 等. 工程化广播星历参数拟合算法与接口设计[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(1): 18-23.  
CHEN Liucheng, LI Jing, MA Rui, et al. The engineering design for broadcast ephemeris parameters fitting arithmetic and their interfaces[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2011, 36(1): 18-23.
- [8] 陈忠贵, 刘光明, 廖瑛, 等. 广播星历参数星上自主拟合算法[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(3): 1-4.  
CHEN Zhonggui, LIU Guangming, LIAO Ying, et al. Autonomously updated broadcast ephemeris algorithm[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(3): 1-4.
- [9] 何峰, 王刚, 刘利, 等. 地球静止轨道卫星广播星历参数拟合与试验分析[J]. 测绘学报, 2011, 40(增刊): 52-58.  
HE Feng, WANG Gang, LIU Li, et al. Ephemeris fitting and experiments analysis of GEO satellite[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011, 40(Suppl): 52-58.
- [10] 崔先强, 焦海文, 秦显平. 导航卫星的历书参数及其拟合算法[J]. 测绘科学技术学报, 2006, 23(1): 23-25.  
CUI Xianqiang, JIAO Haiwen, QIN Xianping. Ephemeris parameters of navigation satellite and their fitting arithmetic[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2006, 23(1): 23-25.
- [11] 莫中秋, 陈刘成, 董恩强, 等. 导航卫星历书拟合初值的选取与误差分析[J]. 测绘科学技术学报, 2008, 25(2): 104-107.  
MO Zhouqiu, CHEN Liucheng, DONG Enqiang, et al. Improvement on initial values selection and errors analysis of almanac fitting of navigation satellites[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2008, 25(2): 104-107.
- [12] 陈刘成, 胡小工, 韩春好, 等. 导航卫星历书参数拟合算法研究[J]. 天文学报, 2008, 49(3): 288-296.  
CHEN Liucheng, HU Xiaogong, HAN Chunhao, et al. Research on almanac parameters fitting algorithm for navigation satellites[J]. Acta Astronomica Sinica, 2008, 49(3): 288-296.
- [13] 黄华. 导航卫星广播星历参数模型及拟合算法研究[D]. 南京: 南京大学天体测量与天体力学, 2012: 31-44.  
HUANG Hua. Research on the Broadcast ephemeris parameters model and its fitting Algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University. Astrometry and Celestial Mechanics, 2012: 31-44.
- [14] 徐绍铨, 张华海, 杨志强, 等. GPS 测量原理及应用[M]. 3 版. 武汉: 武汉大学出版社, 2008: 32-41.  
XU Shaoquan, ZHANG Huahai, YANG Zhiqiang, et al. GPS measurement principle and application[M]. 3rd ed. Wuhan: Wuhan University Press, 2008: 32-41.

(编辑 陈灿华)